## Лекция 9_ Екі айналмалы дене есебіндегі векторлық элементтерге қатысты тұрақтылық

Енді екі айналмалы дене есебінде орбитаның векторлық элементтеріне қатысты орнықтылықты қарастырайық. Ол үшін эволюциялық қозғалыс теңдеулерін қайта жазайық.

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\frac{MS_1\omega_2\left(1-\sqrt{1-e^2}\right)}{2apm^2c^2\left(1+\sqrt{1-e^2}\right)}\vec{M} + \left[\vec{\Omega}\vec{M}\right], \qquad (1)$$

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{MS_2\omega_1}{2a^2m^2c^2\left(1+\sqrt{1-e^2}\right)^2}\vec{A} + \left[\vec{\Omega}\vec{A}\right]. \qquad (2)$$

$$\vec{\Omega} = \frac{\left(\omega_2 S_2 - \omega_1 S_1\right)}{4abm^2c^2\left(1+\sqrt{1-e^2}\right)^2}\vec{M} - \frac{\left(\vec{M}\vec{S}\right)}{2abm^2c^2\left(1+\sqrt{1-e^2}\right)}\left(\frac{\omega_1}{\sqrt{1-e^2}}\vec{i} + \omega_2\vec{j}\right) + \frac{3\gamma m_0\vec{M}}{abpmc^2} +$$

$$+\frac{\gamma}{abpc^2}\left\{2\vec{S}_0 + \frac{3m_0}{2m}\vec{S} - \frac{3}{2M^2}\left(\left(\vec{S}^*\vec{M}\right)\vec{S}_0 + \left(\vec{S}_0\vec{M}\right)\vec{S}^*\right) + \frac{3}{M^4}\left(\vec{S}^*\vec{M}\right)\left(\vec{S}_0\vec{M}\right)\vec{M}\right\} -$$

$$-\frac{3\gamma\vec{M}}{abpM^2c^2}\left\{2\left(\vec{S}_0\vec{M}\right) + \frac{3m_0}{2m}\left(\vec{S}\vec{M}\right) + \frac{1}{2}\left(\vec{S}^*\vec{S}_0\right) - \frac{3}{2M^2}\left(\vec{S}^*\vec{M}\right)\left(\vec{S}_0\vec{M}\right)\right\}. \qquad (3)$$

Бұл теңдеулерден көрініп тұрғандай, жалпы жағдайда $\vec{M}$ және $\vec{A}$ сақталмайды. Векторлық элементтерге қатысты орнықты орбиталарды анықтау үшін келесі шарттарды қою керек

$$\vec{M} = const, \quad \vec{A} = const, \qquad (4)$$

немесе

$$\left[\vec{\Omega}\vec{M}\right] = 0, \quad \left[\vec{\Omega}\vec{A}\right] = 0, \quad MS_1\omega_2\left(1-\sqrt{1-e^2}\right) = 0. \qquad (5)$$

Бұл шарттар мынадай кезде орындалады:

1. егер $\vec{S}\uparrow\uparrow\vec{M}$ және $\vec{S}\uparrow\downarrow\vec{M}$ және $\vec{S}_0\uparrow\uparrow\vec{M}$ және $\vec{S}_0\uparrow\downarrow\vec{M}$, сондай ақ, $\vec{S}_0,\vec{S},\vec{M}$ араларындағы қатынас былай болғанда

$$\frac{2}{7}\frac{m}{m_0}S_0^2+\frac{m_0}{m}M^2-\frac{4}{3}S_0M-\frac{m_0}{m}SM+SS_0=0. \qquad (6)$$

2. егер $\vec{A}=0$ және $\vec{S}_0,\vec{S},\vec{M}$ өзара қатнастары былай болғанда

$$\frac{(\vec{M}\vec{S})}{4m^2I}\left(\vec{S}-\frac{\vec{M}(\vec{S}\vec{M})}{M^2}\right)+\frac{\gamma}{p}\left\{2\vec{S}_0+\frac{3m_0}{2m}\vec{S}-\frac{3}{2M^2}\left((\vec{S}^*\vec{M})\vec{S}_0+(\vec{S}_0\vec{M})\vec{S}^*\right)\right\}=0. \qquad (7)$$

3. егер $\vec{A}=0$ және қосымша шарттары $\vec{S}\uparrow\uparrow\vec{M}$ немесе $\vec{S}\uparrow\downarrow\vec{M}$, және $\vec{S}_0\uparrow\uparrow\vec{M}$ немесе $\vec{S}_0\uparrow\downarrow\vec{M}$, яғни, орталық дененің экваторлық жазықтығында жатқан дөңгелек орбиталар үшін, сынақ денесінің тиісті бұрыштық моменті орталық дененің тиісті бұрыштық моментіне параллель немесе антипараллель болғанда. Қорыта айтқанда, ілгерілемелі қозғалыстың теңдеулері негізделеді, жалпы салыстырмалық механикасындағы Шварцшильд, Линз-Тирринг есептері және айналмалы екі сфералық симметриялы дене жағдайлары үшін асимптотикалық орташалау әдістері мен ұйытқу теориясы қолданылады. Атап айтқанда, сұйық шар өрісіндегі сынақ денесінің қозғалысы орбиталық орнықты, ал жалпы қозғалыс жағдайында орбиталық тұрақтылық орын алатыны көрсетілген, өйткені эксцентриситет те, фокус осінде де ғасырлық мүшелер жоқ. $M=\text{const},\ A=\text{const}$ шарттар орындалған кезде сынақ денесінің эволюциялық қозғалысы M и A элементтерге және ($\vec{M}$ и $\vec{A}$ векторлардың абсолютті мәндері) қатысты тұрақты болатыны көрсетілген, бұл сыналатын дене қозғалысының орбиталық орнықтылығын білдіреді.

Екі айналмалы дене есебінде орталық дене өрісіндегі айналмалы сыналатын дененің қозғалысы шарттарда орбиталық тұрақты болатыны көрсетілген.

Екі айналмалы дене есебінде орталық дене өрісіндегі айналмалы сынақ денесінің қозғалысы берілген шарттарда орбиталық орнықты болатыны көрсетілген.

1. егер $\vec{M}=0$, центр арқылы өтетін орбита түзу сызыққа айналады.

2. егер $\vec{S}=0$, т.е. есеп Ленզе-Тирринг есебіне, яғни сынақ денесінің аксиалды симметриялы өрістегі қозғалысы есебіне айналады.

3. егер $\vec{A}=0$, яғни дөңгелек орбита болады.

4. егер $\vec{S}\uparrow\uparrow\vec{M}$ және $\vec{S}\uparrow\downarrow\vec{M}$ орындалса.

Айтылған мәліметтер: біріншіден, теориялық мәнге ие, екіншіден, олар аспан денелерінің орбиталарының эволюциясына релятивистік әсерлердің үлесінің шамасын анықтауға болады. Сондай-ақ, алынған нәтижелерге сүйене отырып, аспан денелерінің моменттері мен орбиталарының тұрақты комбинацияларын анықтауға болады.

Қолданылған әдебиет

[1]. Эйнштейн А. Сущность теории относительности. М., 1955, 159 с.

[1]. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. М., 1961, 563 с.

[3]. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., 1973, 400 с.

[4]. Эйнштейн А., Инфельд Л., Гоффман Б. Гравитационные уравнения и проблема движения // Эйнштейн А. Собр. научн. трудов. М., 1966. Т.2. с. 450-513.

[5]. Инфельд Л., Плебанский Е. Движение и релятивизм. М., 1962, 204 с.

[6]. Фок В.А. О движении конечных масс в общей теории относительности// ЖЭТФ, 1939, Т.9. с. 375-410.

[7]. Schwarzschild, Sitzungsber. d. */Akad.d.Wissensch., S.189,1916.

[8]. Kerr R.P., Phys. Rev. Letters, 11,237(1963).

[9]. De Donder. La gravifique einsteinienne. Paris, 1921.

[10]. K.Lanczos. Phys.ZS. 23, 537, 1923.

[11]. Абдильдин М.М. Механика теории гравитации Эйнштейна. Алма-Ата. 1988, 198 с.

[12]. Брумберг В.А. Релятивистская небесная механика. М., 1972, 382 с.

[13]. Абдильдин М.М. О метрике вращающегося жидкого шара. Вопросы теории поля. Алма-Ата, 1985, с. 20-25.

[14]. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М., 1973, 207 с.

[15]. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М., 1968, 799 с.

[16]. Бергман П. Введение в теорию относительности. М., 1947, 380 с.

[17]. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1962, 1094 с.

[18]. Ольховский И.И. Курс теоретической механики для физиков. М., 1974, 569 с.

[19]. Иваницкая О.С. Лоренцев базис и гравитационные эффекты в эйнштейновской теории тяготения. Минск, 1979, 334 с.